DS1-MaPC21(2)

Exercice 1

On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Calculer quand c'est possible : AB, BA, $({}^tA)B$, $({}^tB)({}^tA)$.

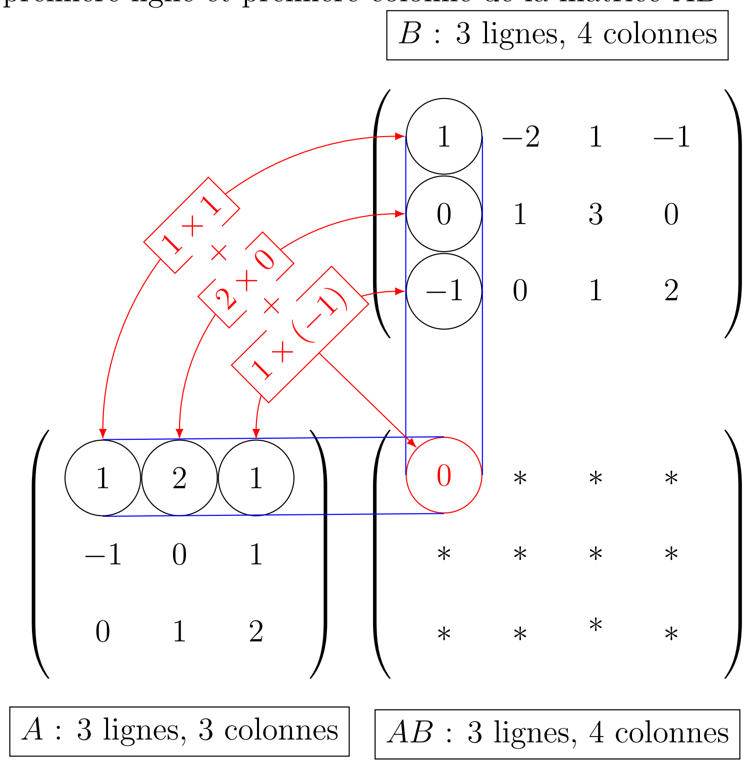
Correction

Le produit AB est bien défini et la matrice AB est une matrice 3 lignes et 4 colonnes. On a :

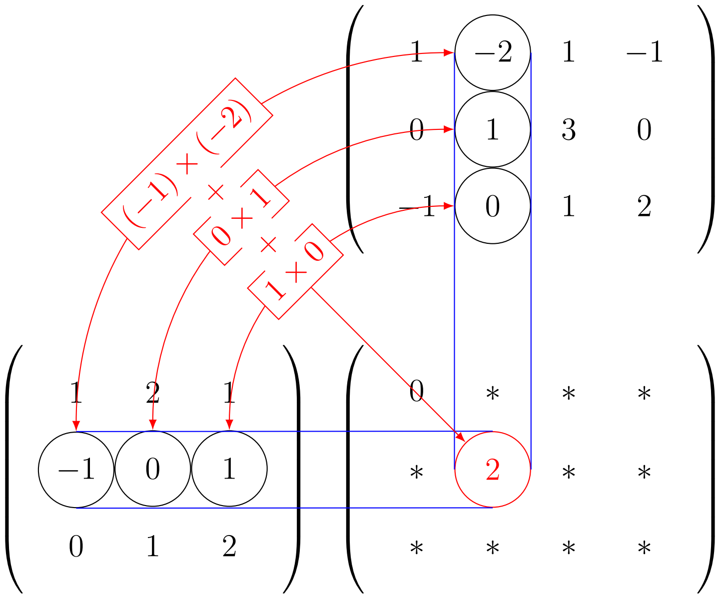
$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

<u>Détail du calcul :</u>

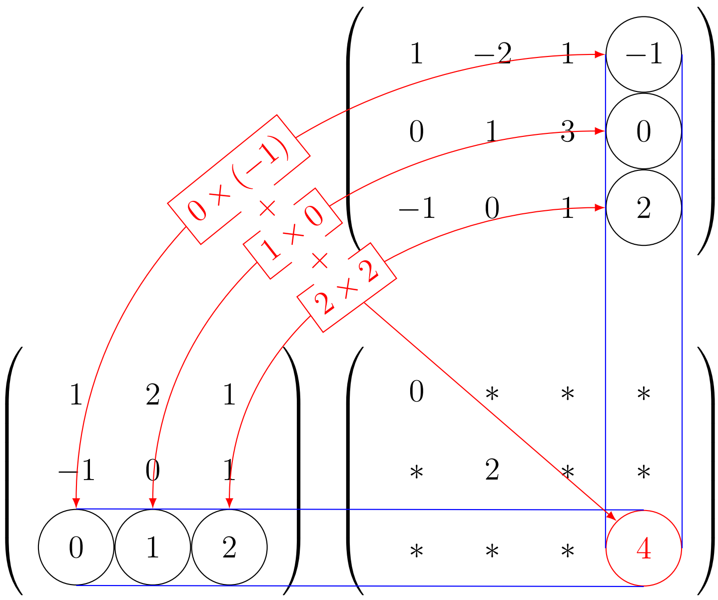
Calcul du coefficient en première ligne et première colonne de la matrice AB



Calcul du coefficient en deuxième ligne et deuxième colonne.



Calcul du coefficient en troisième ligne et quatrième colonne.



Le produit BA n'est pas défini.

Le produit $({}^tA)B$ est bien défini et :

$$({}^tA)B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & -4 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Et

$${}^tB({}^tA) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 8 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$