

DS1-MaPC21(2)

Exercice 1

On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Calculer quand c'est possible : AB , BA , $({}^tA)B$, $({}^tB)({}^tA)$.

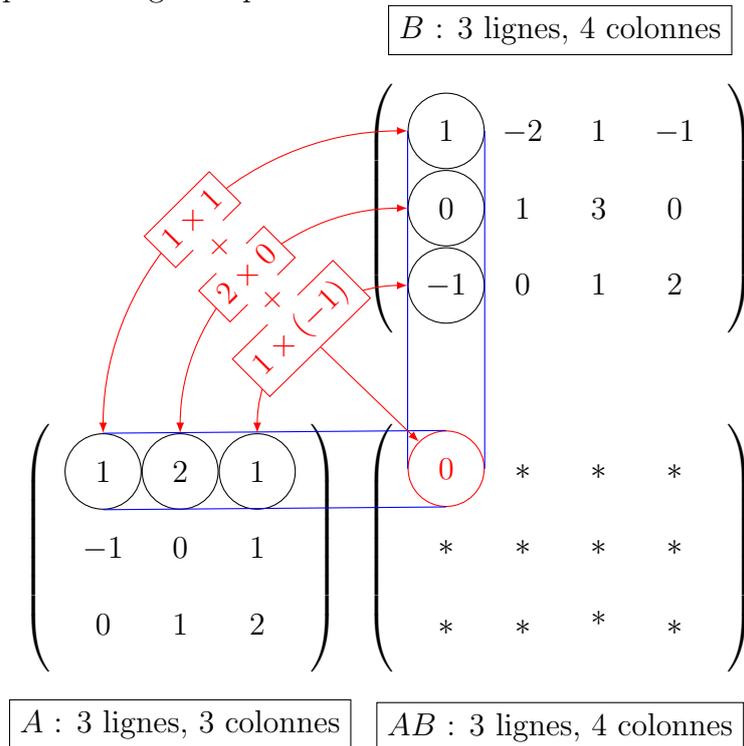
Correction

Le produit AB est bien défini et la matrice AB est une matrice 3 lignes et 4 colonnes. On a :

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Détail du calcul :

Calcul du coefficient en première ligne et première colonne de la matrice AB



Calcul du coefficient en deuxième ligne et deuxième colonne.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Diagram illustrating the calculation of the coefficient in the third row and fourth column of the product matrix. Red arrows and boxes show the operations: $(-1) \times (-2)$, 0×1 , and 1×0 are added to the element 2 in the third row, fourth column of the second matrix.

Calcul du coefficient en troisième ligne et quatrième colonne.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Diagram illustrating the calculation of the coefficient in the third row and fourth column of the product matrix. Red arrows and boxes show the operations: $0 \times (-1)$, 1×0 , and 2×2 are added to the element 4 in the third row, fourth column of the second matrix.

Le produit BA n'est pas défini.

Le produit $({}^tA)B$ est bien défini et :

$$({}^tA)B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & -4 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Et

$${}^tB({}^tA) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 8 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$