

DS1-MaPC21(1)

Exercice 1

On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Calculer quand c'est possible : AB , BA , $A({}^tB)$, $({}^tB)({}^tA)$.

Correction

Le produit AB est bien défini et la matrice AB est une matrice 4 lignes et 4 colonnes. On a :

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & 1 & -4 \\ -3 & -4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Détail du calcul :

Calcul du coefficient en première ligne et première colonne de la matrice AB

B : 2 lignes, 4 colonnes

$$\begin{pmatrix}
 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &
 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &
 \begin{pmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{pmatrix}
 \end{pmatrix}$$

A : 4 lignes, 2 colonnes

AB : 4 lignes, 4 colonnes

Calcul du coefficient en deuxième ligne et deuxième colonne.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & * & * & * \\ * & -1 & * & * \\ * & * & * & * \end{pmatrix}$$

Calcul du coefficient en deuxième ligne et quatrième colonne.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & * & * & * \\ * & -1 & * & * \\ * & * & * & * \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$$

Le produit $A({}^tB)$ n'est pas défini.

$${}^tB({}^tA) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & -4 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$